

第 5 章

ラーメン構造

2 つ以上の部材で構成され、この接合部が変形しないようにしっかりと結合されて作られている構造をラーメンという。ここでは 2 ヒンジ門形ラーメン、固定門形ラーメン、形ラーメン、兀形ラーメン、箱形ラーメン（単箱・2 箱）について行う。また同様の計算の一部を 2 次元ラーメン構造計算プログラムを使用して計算を行った。なお、本章で、用いられている変数名は以下に示すようになる。

5.1 門形ラーメン

構造図を図 5.1.1 に示し主な変数を以下に示す .

$K_0 = I_0/H$: 基準部材の剛度

$k_i = K_i/K_0$: 部材の剛比

P, M, w_i : 外力

$R_{AV}, R_{BV}, R_{AH}, R_{BH}$: 反力

L : はりのスパン

H : 柱の高さ

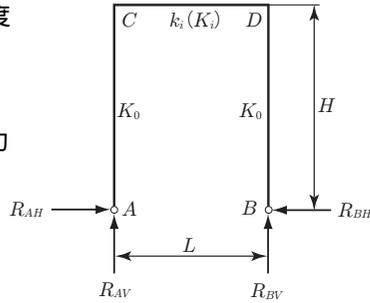


図 5.1.1 構造図

5.1.1 鉛直集中荷重 ①

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = \frac{PL_b}{L}, \quad R_{BV} = \frac{PL_a}{L}$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = R_{BH} = \frac{3PL_aL_b}{HL(4k+6)}$$

(3) モーメント

$$M_{CD} = M_{DB} = -\frac{3PL_aL_b}{L(4k+6)}$$

$$M_{CA} = M_{DC} = \frac{3PL_aL_b}{L(4k+6)}$$

(4) 水平変位

$$\delta = \frac{PL_aHL_b(L-2L_a)}{12EK_0kL^2}$$

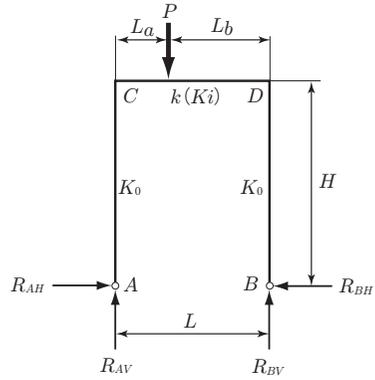


図 5.1.2 荷重図

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力				(1)鉛直反力		
3		H	10	計算		RAV	6.6667	
4		La	3			RBV	3.3333	
5		Lb	6			(2)水平反力		
6		P	10			RAH	0.5745	
7						RBH	0.5745	
8		Io	0.000468			(3)モーメント		
9		E	200000000			MCD	-5.7447	
10						MDB	-5.7447	
11		Ko	0.000047			MCA	5.7447	
12		Ki	0.000052			MDC	5.7447	
13		k	1.11			MBC	0.0000	
14						MBC	0.0000	
15						(4)水平変位		
16						δ	0.00053	
17								

図 5.1.3 エクセル シート

5.1.2 鉛直集中荷重 ②

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = \frac{P}{2}$$

$$R_{BV} = \frac{P}{2}$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = \frac{3PL}{4H(4k + 6)}$$

$$R_{BH} = \frac{3PL}{4H(4k + 6)}$$

(3) モーメント

$$M_{CD} = M_{DB} = -\frac{3PL}{4(4k + 6)}$$

$$M_{CA} = M_{DC} = \frac{3PL}{4(4k + 6)}$$

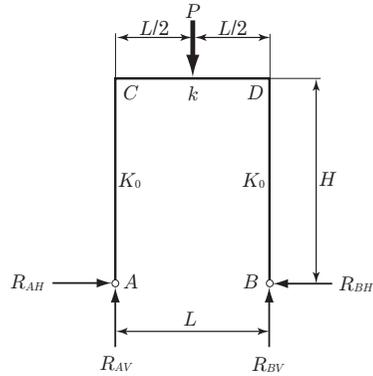


図 5.1.4 荷重図

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力				(1)鉛直反力		
3		H	10		計算	R _{AV}	5.00	
4		L	5			R _{BV}	5.00	
5		P	10			(2)水平反力		
6						R _{AH}	0.27	
7						R _{BH}	0.27	
8		I ₀	0.000468			(3)モーメント		
9		E	200000000			M _{CD}	-2.68	
10		K ₀	0.000047			M _{DE}	-2.68	
11		K ₁	0.000094			M _{CA}	2.68	
12		k	2.00			M _{DC}	2.68	
13						M _{BC}	0.00	
14						M _{ED}	0.00	
15						(4)水平変位		
16						δ	—	
17								

図 5.1.5 エクセル シート

5.1.3 鉛直台形分布荷重

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = \frac{L(2w_1 + w_2)}{6}$$

$$R_{BV} = \frac{L(w_1 + 2w_2)}{6}$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = R_{BH} = \frac{L^2(w_1 + w_2)}{H(16k + 24)}$$

(3) モーメント

$$M_{CD} = M_{DB} = -\frac{L^2(w_1 + w_2)}{16k + 24}$$

$$M_{CA} = M_{DC} = \frac{L^2(w_1 + w_2)}{16k + 24}$$

(4) 水平変位

$$\delta = \frac{HL^2(w_1 - w_2)}{720EK_0k}$$

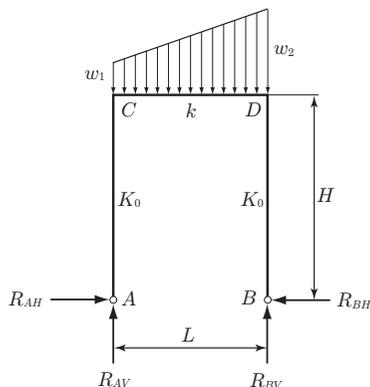


図 5.1.6 荷重図

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力				(1)鉛直反力		
3		H	10			R _{AV}	9.33	
4		L	7		計算	R _{BV}	11.67	
5		w ₁	2			(2)水平反力		
6		w ₂	4			R _{AH}	0.63	
7						R _{BH}	0.63	
8		I ₀	0.000468			(3)モーメント		
9		E	200000000			M _{CD}	-6.27	
10						M _{DB}	-6.27	
11		K ₀	0.000047			M _{CA}	6.27	
12		K ₁	0.000067			M _{DC}	6.27	
13		k	1.43			M _{BC}	0.00	
14						M _{ED}	0.00	
15						(4)水平変位		
16						δ	-0.00010	
17								

図 5.1.7 エクセル シート

5.1.4 鉛直等分布荷重

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = R_{BV} = \frac{wL}{2}$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = R_{BH} = \frac{wL^2}{H(8k + 12)}$$

(3) モーメント

$$M_{CD} = M_{DB} = -\frac{wL^2}{8k + 12}$$

$$M_{CA} = M_{DC} = \frac{wL^2}{8k + 12}$$

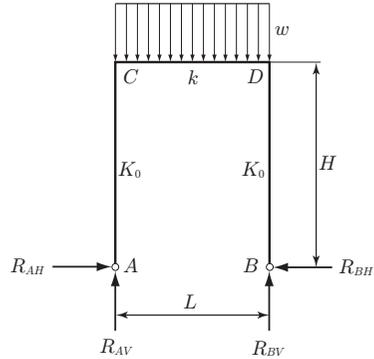


図 5.1.8 荷重図

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力				(1)鉛直反力		
3		H	10		計算	R _{AV}	25.00	
4		L	5			R _{BV}	25.00	
5		W	10			(2)水平反力		
6						R _{AH}	0.89	
7		I ₀	0.000468			R _{BH}	0.89	
8		E	20000000			(3)モーメント		
9						M _{CD}	-8.93	
10		K ₀	0.000047			M _{DB}	-8.93	
11		K ₁	0.000094			M _{CA}	8.93	
12		k	2.00			M _{DC}	8.93	
13						M _{CB}	0.00	
14						M _{BD}	0.00	
15						(4)水平変位		
16						δ	—	
17								

図 5.1.9 エクセル シート

5.1.5 水平集中荷重 ①

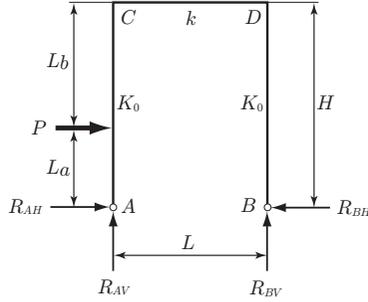


図 5.1.10 荷重図

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = -R_{BV} = -\frac{PL_a}{L}$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = -\frac{P \{H^3(4k+6) - L_a H^2(3k+3) + kL_a^3\}}{H^3(4k+6)}$$

$$R_{BH} = \frac{PL_a \{3kH^2 - kL_a^2 + 3H^2\}}{H^3(4k+6)}$$

(3) モーメント

$$M_{CD} = -M_{CA} = \frac{PL_a(kH^2 + kL_a^2 + 3H^2)}{H^2(4k+6)}$$

$$M_{DB} = -M_{DC} = -\frac{PL_a(3kH^2 - kL_a^2 + 3H^2)}{H^2(4k+6)}$$

(4) 水平変位

$$\delta = \frac{PL_a(3kH^2 - kL_a^2 + H^2)}{12EK_0kH}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力				(1)鉛直反力		
3		H	10	計算		R_{AV}	-4.29	
4		L	7			R_{BV}	4.29	
5		La	3			(2)水平反力		
6		Lb	7			R_{AH}	-8.17	
7		P	10			R_{BH}	1.83	
8						(3)モーメント		
9		I_0	0.000468			M_{DC}	11.67	
10		E	200000000			M_{DE}	11.67	
11						M_{CA}	-18.33	
12		K_0	0.000047			M_{DC}	-18.33	
13		K_1	0.000067			M_{AC}	0.00	
14		k	1.43			M_{BD}	0.00	
15						(4)水平変位		
16						δ	0.00964	
17								

図 5.1.11 エクセル シート

5.1.6 水平集中荷重 ②

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = -\frac{PH}{L}$$

$$R_{BV} = \frac{PH}{L}$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = -\frac{P}{2}$$

$$R_{BH} = \frac{P}{2}$$

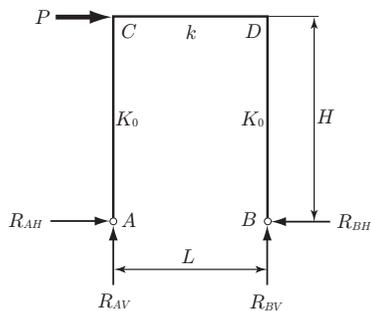


図 5.1.12 荷重図

(3) モーメント

$$M_{CD} = M_{DC} = \frac{PH}{2}$$

$$M_{CA} = M_{DB} = -\frac{PH}{2}$$

(4) 水平変位

$$\delta = \frac{PH^2(2k+1)}{12EK_0k}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力					(1)鉛直反力	
3		H	10		計算		R _{AV}	-14.29
4		L	7				R _{BV}	14.29
5		P	10				(2)水平反力	
6							R _{AH}	-5.00
7							R _{BH}	5.00
8		I ₀	0.000468				(3)モーメント	
9		E	200000000				M _{CD}	50.00
10							M _{DB}	-50.00
11		K ₀	0.000047				M _{CA}	-50.00
12		K ₁	0.000067				M _{DC}	50.00
13		k	1.43				M _{AC}	0.00
14							M _{BD}	0.00
15							(4)水平変位	
16							δ	0.02404
17								

図 5.1.13 エクセル シート

5.1.7 水平台形分布荷重

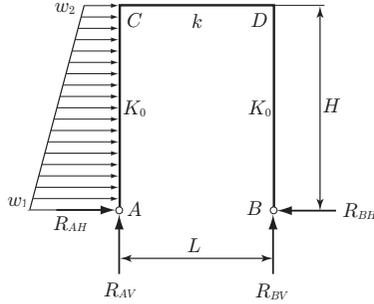


図 5.1.14 荷重図

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = -\frac{H^2(2w_2 + w_1)}{6L}$$

$$R_{BV} = \frac{H^2(2w_2 + w_1)}{6L}$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = -\frac{H\{w_2(24k + 40) + w_1(31k + 50)\}}{80k + 120}$$

$$R_{BH} = \frac{H\{w_2(16k + 20) + w_1(9k + 10)\}}{80k + 120}$$

(3) モーメント

$$M_{CD} = -M_{CA} = \frac{H^2\{w_2(32k + 60) + w_1(13k + 30)\}}{240k + 360}$$

$$M_{DB} = -M_{DC} = -\frac{H^2\{w_2(48k + 60) + w_1(27k + 30)\}}{240k + 360}$$

(4) 水平変位

$$\delta = \frac{H^3\{w_2(48k + 20) + w_1(27k + 10)\}}{720EK_0k}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力				(1)鉛直反力		
3		H	10		計算	R_{AV}	-23.81	
4		L	7			R_{BV}	23.81	
5		w_1	2			(2)水平反力		
6		w_2	4			R_{AH}	-20.73	
7						R_{BH}	9.27	
8		I_0	0.000468			(3)モーメント		
9		E	200000000			M_{DA}	73.98	
10						M_{DB}	-92.68	
11		K_0	0.000047			M_{CA}	-73.98	
12		K_1	0.000067			M_{CB}	92.68	
13		k	1.43			M_{AC}	0.00	
14						M_{BC}	0.00	
15						(4)水平変位		
16						δ	0.04689	
17								

図 5.1.15 エクセル シート

5.1.8 水平等分布荷重

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = -\frac{wH^2}{2L}$$

$$R_{BV} = \frac{wH^2}{2L}$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = -\frac{wH(11k + 18)}{16k + 24}$$

$$R_{BH} = \frac{wH(5k + 6)}{16k + 24}$$

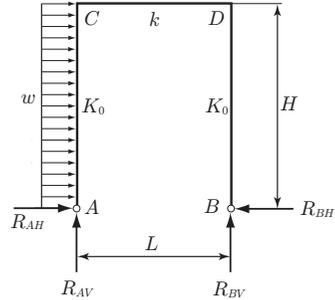


図 5.1.16 荷重図

(3) モーメント

$$M_{CD} = -M_{CA} = \frac{wH^2(3k + 6)}{16k + 24}$$

$$M_{DB} = -M_{DC} = -\frac{wH^2(5k + 6)}{16k + 24}$$

(4) 水平変位

$$\delta = \frac{wH^3(5k + 2)}{48EK_0k}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力				(1)鉛直反力		
3		H	10		計算	R _{AV}	-35.71	
4		L	7			R _{BV}	35.71	
5		w	5			(2)水平反力		
6						R _{AH}	-35.98	
7						R _{BH}	14.02	
8		I ₀	0.000468			(3)モーメント		
9		E	200000000			M _{CD}	109.76	
10						M _{DB}	-140.24	
11		K ₀	0.000047			M _{CA}	-109.76	
12		K ₁	0.000067			M _{DC}	140.24	
13		k	143			M _{AC}	0.00	
14						M _{BD}	0.00	
15						(4)水平変位		
16						δ	0.07123	
17								

図 5.1.17 エクセル シート

5.1.9 モーメント荷重 ①

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = -\frac{M}{L}, \quad R_{BV} = \frac{M}{L}$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = R_{BH} = \frac{3M(L - 2L_a)}{HL(4k + 6)}$$

(3) モーメント

$$M_{CD} = M_{DB} = -\frac{3M(L - 2L_a)}{L(4k + 6)}$$

$$M_{CA} = M_{DC} = \frac{3M(L - 2L_a)}{L(4k + 6)}$$

(4) 水平変位

$$\delta = \frac{MH(L^2 - 6L_aL + 6L_a^2)}{12EK_0kL^2}$$

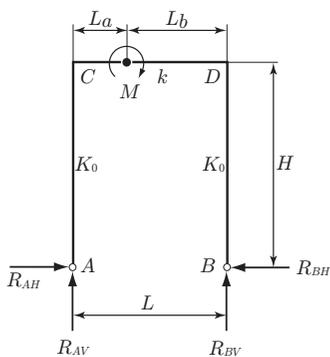


図 5.1.18 荷重図

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力				(1)鉛直反力		
3		H	10		計算	RAV	-5.56	
4		La	3			RBV	5.56	
5		Lb	6			(2)水平反力		
6		M	50			RAH	0.48	
7						RBH	0.48	
8		Io	0.000468			(3)モーメント		
9		E	200000000			MCD	-4.79	
10						MDB	-4.79	
11		K0	0.000047			MCA	4.79	
12		K1	0.000052			MDC	4.79	
13		k	1.11			MAC	0.00	
14						MBD	0.00	
15						(4)水平変位		
16						δ	-0.00134	
17								

図 5.1.19 エクセル シート

5.1.10 モーメント荷重 ②

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = -\frac{M}{L}, \quad R_{BV} = \frac{M}{L}$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = R_{BH} = \frac{M(3kH^2 - 3kL_a^2 + 3H^2)}{H^3(4k + 6)}$$

(3) モーメント

$$M_{CD} = -M_{CA} = \frac{M(kH^2 + 3kL_a^2 + 3H^2)}{H^2(4k + 6)}$$

$$M_{DB} = -M_{DC} = -\frac{M(3kH^2 - 3kL_a^2 + 3H^2)}{H^2(4k + 6)}$$

(4) 水平変位

$$\delta = \frac{M(3kH^2 - 3kL_a^2 + H^2)}{12EK_0kH}$$

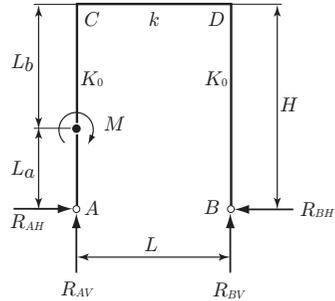


図 5.1.20 荷重図

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力				(1)鉛直反力		
3		H	10		計算	R _{AV}	-8.33	
4		L	6			R _{BV}	8.33	
5		L _a	3			(2)水平反力		
6		L _b	7			R _{AH}	2.98	
7		M	50			R _{BH}	2.98	
8						(3)モーメント		
9		I ₀	0.000468			M _{CD}	20.20	
10		E	200000000			M _{DB}	-29.80	
11						M _{CA}	-20.20	
12		K ₀	0.000047			M _{CC}	29.80	
13		K ₁	0.000078			M _{DC}	0.00	
14		k	167			M _{BC}	0.00	
15						(4)水平変位		
16						δ	0.01482	
17								

図 5.1.21 エクセル シート

5.1.11 モーメント荷重 ③

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = -\frac{M}{L}$$

$$R_{BV} = \frac{M}{L}$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = R_{BH} = \frac{3M}{H(4k+6)}$$

(3) モーメント

$$M_{CD} = \frac{M(4k+3)}{4k+6}$$

$$M_{DB} = -\frac{3M}{4k+6}$$

$$M_{DC} = M_{CA} = \frac{3M}{4k+6}$$

(4) 水平変位

$$\delta = \frac{MH}{12EK_0k}$$

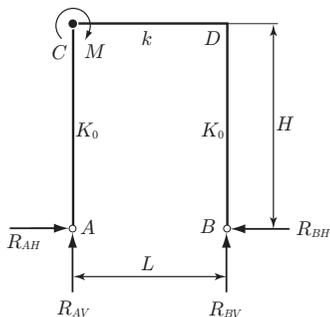


図 5.1.22 荷重図

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力				(1)鉛直反力		
3		H	10	計算		R _{AV}	-10.00	
4		L	5			R _{BV}	10.00	
5		M	50			(2)水平反力		
6						R _{AH}	1.07	
7		I ₀	0.000468			R _{BH}	1.07	
8		E	200000000			(3)モーメント		
9						M _{CD}	39.29	
10		K ₀	0.00005			M _{DB}	-10.71	
11		K ₁	0.00009			M _{CA}	10.71	
12		k	2.00			M _{DC}	10.71	
13						M _{AC}	0.00	
14						M _{BC}	0.00	
15						(4)水平変位		
16						δ	0.00223	
17								

図 5.1.23 エクセル シート

5.1.12 一様な温度上昇

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = R_{BV} = 0$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = R_{BH} = \frac{3EK_0T\alpha kL}{H^2(2k+3)}$$

(3) モーメント

$$M_{CD} = M_{DB} = -\frac{3EK_0T\alpha kL}{H(2k+3)}$$

$$M_{CA} = M_{DC} = \frac{3EK_0T\alpha kL}{H(2k+3)}$$

(4) 水平変位

$$\delta = -\frac{T\alpha L}{2}$$

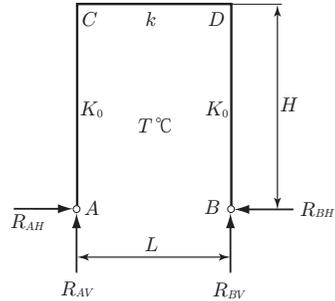


図 5.1.24 荷重図

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力				(1)鉛直反力		
3		H	10		計算	R _{AV}	0.00	
4		L	5			R _{BV}	0.00	
5		T	10			(2)水平反力		
6		α	0.001			R _{AH}	401.14	
7						R _{BH}	401.14	
8		I ₀	0.0468			(3)モーメント		
9		E	200000000			M _{CD}	-4011.43	
10						M _{DB}	-4011.43	
11		K ₀	0.004680			M _{CA}	4011.43	
12		K ₁	0.009360			M _{DC}	4011.43	
13		k	2.00			M _{BC}	0.00	
14						M _{BD}	0.00	
15						(4)水平変位		
16						δ	-0.02500	
17								

図 5.1.25 エクセル シート

5.1.13 支点の水平変位

(1) 鉛直反力

$$R_{AV} = R_{BV} = 0$$

(2) 水平反力

$$R_{AH} = R_{BH} = -\frac{3EK_0\delta_B k}{H^2(2k+3)}$$

(3) モーメント

$$M_{CD} = M_{DB} = \frac{3EK_0\delta_B k}{H(2k+3)}$$

$$M_{CA} = M_{DC} = -\frac{3EK_0\delta_B k}{H(2k+3)}$$

(4) 水平変位

$$\delta = \frac{\delta_B}{2}$$

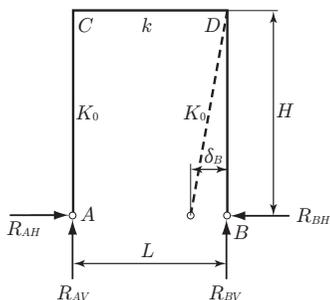


図 5.1.26 荷重図

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		入力				(1)鉛直反力		
3		H	10			R _{AV}	0.00	
4		L	5		計算	R _{BV}	0.00	
5		δ _B	0.2			(2)水平反力		
6						R _{AH}	-16.05	
7		I ₀	0.000468			R _{BH}	-16.05	
8		E	200000000			(3)モーメント		
9						M _{CD}	160.46	
10		K ₀	0.000047			M _{DB}	160.46	
11		K ₁	0.000094			M _{CA}	-160.46	
12		k	2.00			M _{DC}	-160.46	
13						M _{BC}	0.00	
14						M _{ED}	0.00	
15						(4)水平変位		
16						δ	0.10000	
17								

図 5.1.27 エクセルシート